

# Tutorial: Distância de Edição

## 1 Solução do Problema

O problema de encontrar o menor número de operações para transformar uma string em outra, classicamente conhecido como Distância de Edição (*Edit Distance*), pode ser resolvido de forma eficiente por meio de **programação dinâmica**.

### 1.1 Definição do Subproblema

Sejam  $w_1$  e  $w_2$  as duas strings de tamanhos  $N$  e  $M$ , respectivamente. Definimos o nosso estado da programação dinâmica como:

$dp[i][j]$  = número mínimo de operações para transformar o sufixo  $w_1[i \dots N - 1]$  no sufixo  $w_2[j \dots M - 1]$ .

Assim,  $dp[0][0]$  representará a resposta final para as duas strings inteiras.

### 1.2 Função de Transição

Para determinar  $dp[i][j]$ , olhamos para os caracteres atuais  $w_1[i]$  e  $w_2[j]$  e tomamos uma decisão.

Se os caracteres forem iguais ( $w_1[i] == w_2[j]$ ), não precisamos realizar nenhuma operação. Apenas avançamos na análise de ambas as strings:

$$dp[i][j] = dp[i + 1][j + 1]$$

Se os caracteres forem diferentes ( $w_1[i] \neq w_2[j]$ ), temos três opções de edição. Avaliamos o resultado de aplicar cada uma delas e escolhemos a que produz o menor custo final. Cada operação tem um custo de 1:

$$dp[i][j] = 1 + \min \begin{cases} dp[i + 1][j] & \text{(Remoção do caractere } w_1[i]) \\ dp[i + 1][j + 1] & \text{(Substituição de } w_1[i] \text{ por } w_2[j]) \\ dp[i][j + 1] & \text{(Inserção do caractere } w_2[j] \text{ em } w_1) \end{cases}$$

### 1.3 Casos Base

Os casos base ocorrem quando esgotamos os caracteres de uma das strings (ou seja, quando  $i$  ou  $j$  ultrapassam os limites):

Se consumirmos toda a string  $w_1$  ( $i \geq N$ ), mas ainda restarem caracteres em  $w_2$ , a única forma de igualá-las é **inserir** todos os  $M - j$  caracteres restantes:

$$dp[N][j] = M - j$$

Da mesma forma, se consumirmos toda a string  $w_2$  ( $j \geq M$ ), mas ainda restarem caracteres em  $w_1$ , a única forma de igualá-las é **remover** todos os  $N - i$  caracteres que sobraram:

$$dp[i][M] = N - i$$