

Tutorial: K-esimo Um

Codeforces EDU

Uma árvore de segmentos permite manter, para cada intervalo, quantos valores 1 existem nele.

Na construção inicial, cada folha guarda o valor do elemento correspondente do vetor. Cada vértice interno guarda a soma dos dois filhos, ou seja, a quantidade de valores 1 no intervalo representado por esse vértice.

Para inverter uma posição i , alteramos a folha correspondente de 0 para 1 ou de 1 para 0. Em seguida, recalculamos as somas no caminho da folha até a raiz. Essa operação custa $O(\log N)$.

Para encontrar o k -ésimo valor 1, descemos pela árvore a partir da raiz. Seja L a quantidade de valores 1 no filho esquerdo:

- se $L > k$, então o k -ésimo 1 está no filho esquerdo;
- caso contrário, ele está no filho direito, e passamos a procurar o $(k - L)$ -ésimo 1 dentro desse filho.

Quando chegamos a uma folha, seu índice é a resposta da consulta. A busca também custa $O(\log N)$. Assim, a complexidade total é $O((N + M) \log N)$ em tempo e $O(N)$ em memória.