Tutorial: Deletar e Ganhar

Arthur Andrade D'Olival

O problema pode ser resolvido utilizando uma abordagem clássica de **programação dinâmica**. A ideia central é que, ao escolher um número x, ganhamos uma certa quantidade de pontos, mas perdemos a possibilidade de escolher os números $x - 1$ e $x + 1$, já que eles devem ser removidos da sequência.

Modelagem

Primeiro, agrupamos os números iguais da sequência e calculamos o total de pontos que seria obtido caso escolhêssemos todos os elementos de valor i:

$$\text{points}[i] = (\text{quantidade de vezes que } i \text{ aparece}) \times i$$

Assim, o problema passa a ser equivalente a escolher quais valores i maximizarão a soma total de pontos, respeitando a restrição de que, ao escolher i, não podemos escolher $i - 1$ nem $i + 1$.

Definição da DP

Definimos:

$$dp[i] = \text{pontuação máxima possível utilizando apenas os números de 1 até } i$$

Função de Transição

A cada passo, temos duas escolhas:

- **Não escolher** o número i: nesse caso, o resultado é o mesmo que $dp[i - 1]$;
- **Escolher** o número i: ganhamos $\text{points}[i]$, mas não podemos utilizar $i-1$, então somamos com $dp[i-2]$.

A função de transição é, portanto:

$$dp[i] = \max(dp[i - 1],\, dp[i - 2] + \text{points}[i])$$

Casos Base

$$dp[0] = 0, \quad dp[1] = \text{points}[1]$$

Resposta Final

A pontuação máxima possível é:

$$dp[m]$$

onde m é o maior valor presente na sequência original.

Complexidade

- **Tempo:** $O(m)$, onde m é o valor máximo na sequência;
- **Espaço:** $O(m)$, podendo ser otimizado para $O(1)$ se armazenarmos apenas os dois últimos estados da DP.