

Tutorial: Metro

OBI 2015

O grafo do sistema tem uma propriedade importante: a estação central é a única estação com grau pelo menos 5, pois dela saem todas as linhas radiais. As outras estações pertencem a caminhos radiais ou à linha circular. Mesmo uma estação onde uma radial encontra o círculo tem grau no máximo 4.

Primeiro encontramos essa estação central analisando os graus dos vértices. Depois removemos a central do grafo. O que resta é a linha circular com alguns caminhos pendurados nela, correspondentes aos trechos radiais antes ou depois do círculo.

Para isolar somente a linha circular, fazemos uma poda de folhas:

1. calcule o grau de cada vértice desconsiderando a estação central;
2. coloque em uma fila todos os vértices de grau 0 ou 1;
3. enquanto a fila não estiver vazia, remova o vértice da frente e reduza o grau de seus vizinhos ainda não removidos;
4. quando algum vizinho passar a ter grau 1, coloque-o na fila.

Esse processo remove todos os caminhos que estão pendurados no ciclo. Os vértices que não foram removidos ao final são exatamente as estações da linha circular, então basta contá-los.

Complexidade de tempo: $O(N + M)$.

Complexidade de espaço: $O(N + M)$.